

Série 9 : Mécaniques des fluides

QCM 1 : Fluide parfait

1. La loi de Pascal s'applique aussi bien aux fluides parfaits que réels.
2. Dans le cas de l'écoulement dans un cylindre, lorsque la surface de la section transverse diminue le débit augmente
3. Dans le cas de l'écoulement dans un cylindre, il n'y a pas de frottement, ni de perte d'énergie
4. Le théorème de Bernoulli peut toujours s'appliquer au fluide parfait (incompressible)

QCM 2 : La relation de Bernoulli est une équation de

- 1- conservation de la quantité de mouvement
- 2- conservation du débit en volume
- 3- conservation de la masse totale du fluide
- 4- conservation de l'énergie mécanique du fluide
- 5- conservation de la vitesse du fluide lors de son mouvement

QCM 3 : On peut appliquer la loi de Bernoulli si :

- A) Le liquide est compressible, non visqueux, et qu'il n'y a pas de perte d'énergie à l'écoulement.
- B) Le liquide est incompressible, visqueux, et qu'il y a perte d'énergie à l'écoulement.
- C) Le liquide est compressible, visqueux, et qu'il y a perte d'énergie à l'écoulement.
- D) Le liquide est incompressible, non visqueux, et qu'il y a perte d'énergie à l'écoulement.

QCM 4 : Concernant les liquides réels

- A) Ils sont dits visqueux car ils présentent des frottements.
- B) L'équation de Bernoulli n'est plus applicable du fait de la perte d'énergie.
- C) Les frottements sont dus à une plus forte cohésion des molécules entre-elles par rapport au liquide parfait.
- D) Ce phénomène constitue une résistance à l'écoulement.

QCM 5 : Le nombre de Reynolds

1. Quantifie la viscosité d'un liquide
2. Est une énergie cinétique
3. Qualifie le régime d'écoulement
4. À 1000, décrit un écoulement laminaire
5. Très élevé ($>10^4$) en cas de régime turbulent et correspond à des phénomènes tourbillonnaires.

QCM 6 : La loi de Poiseuille

1. Exprime la variation de débit en fonction des résistances à l'écoulement. (Variation de pression)
2. S'applique quelles que soient les conditions de circulation si le fluide est newtonien. (écoulement laminaire)
3. Fait intervenir le rayon du vaisseau à la puissance 4^{ième}.
4. N'est utilisable que pour un nombre de Reynolds inférieur à 2000.
5. Permet d'expliquer l'évolution des pressions physiologiques moyennes le long de l'arbre vasculaire.

QCM 7 : À propos de la viscosité

- A) Entre 2 lames de fluides circulant parallèlement à des vitesses différentes, plus la surface commune aux deux lames est grande, plus l'intensité de la force de frottement est importante.
- B) Dans le SI, la viscosité η s'exprime en $\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$
- C) Pour les liquides newtoniens, η varie avec la température.
- D) Le sang est un liquide non newtonien, mais on considère que η est constant pour les gros vaisseaux.

Exercice 1 : La pression hydrostatique dans le système cardio-vasculaire

On considère un sujet, en position debout. La pression artérielle moyenne du sang à la sortie du cœur est de 100 mm Hg. En ne considérant que le seul effet de pesanteur :

1. Calculer la pression artérielle moyenne au niveau de la tête et des pieds ?
2. La pression artérielle est elle la même en tout point du corps en position debout ?
3. Que devient cette pression lorsque le sujet est allongé ? justifier

On donne : La distance tête-cœur = 45 cm

La distance cœur-pieds = 130 cm

La masse volumique du sang : $1,05 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$

Correction 1 :

$$p_c = 100 \text{ mm Hg} = 100 \cdot 133 \text{ Pa} = 13.3 \text{ kPa} \quad (1 \text{ mm Hg} = 133 \text{ Pa})$$

1) Cœur – tête : $h_2 = 45 \text{ cm}$

Selon la RFH : $p_{T+} \rho \cdot g \cdot z_T = p_c + \rho \cdot g \cdot z_c$

$$\begin{aligned} p_T &= p_c + \rho \cdot g \cdot (z_T - z_c) = p_c + \rho \cdot g \cdot h_2 \\ p_T &= 13,3 \cdot 10^3 + 1,05 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 0,45 \\ &= 13,3 \cdot 10^3 + 4,7 \cdot 10^3 = 8,6 \cdot 10^3 \text{ Pa} = 8,6 \text{ kPa.} \end{aligned}$$

Pieds – cœur : $h_1 = 130 \text{ cm}$

Selon la RFH : $p_{p+} \rho \cdot g \cdot z_p = p_c + \rho \cdot g \cdot z_c$

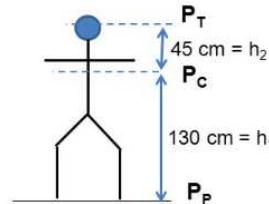
$$\begin{aligned} p_p &= p_c + \rho \cdot g \cdot (z_c - z_p) = p_c + \rho \cdot g \cdot h_1 \\ p_p &= 13,3 \cdot 10^3 + 1,05 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 1,3 = 13,3 \cdot 10^3 + 13,6 \cdot 10^3 = 26,9 \cdot 10^3 \text{ Pa} = 26,9 \text{ kPa.} \end{aligned}$$

$$p_{\text{pieds}} > p_{\text{cœur}} > p_{\text{tête}}$$

2) Non, elle n'est pas la même. Pour un sujet en position debout, la pression est différente en tout point du corps, elle dépend de la hauteur.

3) Cœur – tête : $p_T = p_c + \rho \cdot g \cdot (z_T - z_c)$; $(z_T = z_c)$ donc $p_T = p_c$ **Pieds – cœur : $p_p = p_c + \rho \cdot g \cdot (z_c - z_p)$; $(z_p = z_c)$ donc $p_p = p_c = p_T$**

Pour un sujet allongé les pressions sont les mêmes dans les pieds et dans la tête.

**Exercice 2: dynamique de fluide réel (débit, résistance)**

Pour s'entraîner de façon optimale, notre sportif a fait l'acquisition d'une montre possédant la fonction fréquencemètre. Cette fonction permet de mesurer la fréquence cardiaque et d'avoir des informations sur la circulation sanguine.

Au repos, il note sa fréquence cardiaque qui est de 55 pulsations par minute. Chaque pulsation cardiaque envoie 75 cm^3 de sang dans une artère.

1) Calculer, en $\text{L} \cdot \text{min}^{-1}$, le débit sanguin dans l'artère.

Après l'échauffement, le fréquencemètre indique une valeur de 120 pulsations par minute ce qui correspond à un débit de $9 \text{ L} \cdot \text{min}^{-1}$ soit $1,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$. La vitesse d'écoulement du sang dans l'artère étant $v = 5,4 \cdot 10^{-1} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$,

2) Calculer la section S de l'artère en m^2 puis en cm^2 .

La différence de pression entre les deux extrémités d'une portion d'artère est $\Delta P = 60 \text{ Pa}$.

3) Calculer la résistance hydraulique R de cette portion d'artère.

En régime permanent laminaire, la section d'une artère est un des paramètres ayant une influence sur la valeur de la résistance hydraulique.

4) Citer un autre facteur influençant la valeur de la résistance hydraulique.

Correction 2:

1- Le débit cardiaque : $Q_c = f_c \cdot V_{ES}$; $Q_c = 55 \cdot 75 \cdot 10^{-3} = 4,125 \text{ L} \cdot \text{min}^{-1}$. ($1 \text{ cm}^3 = 10^{-3} \text{ L}$).

2- $Q_c = S \cdot v \rightarrow S = Q_c / v = 1,5 \cdot 10^{-4} / 0,54 = 2,8 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 2,8 \text{ cm}^2$. ($1 \text{ cm}^2 = 10^{-4} \text{ m}^2$).

3- $Q = \Delta P / R \rightarrow R = \Delta P / Q = 60 / (1,5 \cdot 10^{-4}) = 4,0 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{s}$.

4- $R_{\text{art}} = \frac{8 \eta l}{\pi r^4}$ la résistance peut dépendre de la longueur de l'artère, viscosité du sang, état des parois internes de l'artère.

Exercice 3: Loi de Poiseuille

Un fluide de densité 0,86 circule dans un tuyau horizontal de diamètre $D=5,0\text{cm}$, de longueur $l=300\text{m}$, avec un débit volumique de $1,20 \text{ L/s}$; la différence de pression entre les extrémités du tuyau vaut $20,6.10^4 \text{ Pa}$.

1. Calculer les viscosités cinétique et dynamique du fluide en supposant un écoulement laminaire.
2. Calculer le nombre de Reynolds et justifier l'hypothèse de l'écoulement laminaire.

Correction 3:

Pour un écoulement laminaire, le débit-volume q_v est relié aux dimensions du tuyau, rayon intérieur r et longueur l , à la viscosité cinétique η et aux pressions p_1 et p_2 en début et fin de tuyau par
$$q_v = \frac{\pi \cdot r^4}{8 \cdot \eta \cdot l} \cdot (p_1 - p_2) \quad (\text{loi de Poiseuille}).$$

Les viscosités cinétique η et dynamique ν sont reliées par $\eta = \rho \nu$ avec ρ la masse volumique.

D'après la loi de Poiseuille
$$q_v = \frac{\pi \cdot r^4}{8 \cdot \eta \cdot l} \cdot (p_1 - p_2) \quad \text{donc} \quad \eta = \frac{\pi \cdot r^4}{8 \cdot q_v \cdot l} \cdot (p_1 - p_2)$$

$$\eta = \frac{\pi \cdot (2,5 \cdot 10^{-2})^4}{8 \cdot 1,2 \cdot 10^{-3} \cdot 300} \cdot 20,6 \cdot 10^4 = 87,8 \cdot 10^{-3} \text{ Pa.s} \quad \text{La viscosité cinétique est donné par} \quad \nu = \frac{\eta}{\rho}$$

et $\rho = 860 \text{ kg.m}^{-3}$ donc $\nu = 87,8 \cdot \frac{10^{-3}}{860} = 1,10^{-4} \text{ m}^2 \text{s}^{-1}$

Nombre de Reynolds :
$$Re = \frac{\rho \cdot \nu \cdot D}{\eta} \quad \text{et} \quad \nu = \frac{q_v}{S} \quad \text{et} \quad S = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \quad \text{donc} \quad Re = \frac{4 \cdot \rho \cdot q_v \cdot D}{\pi \cdot D^2 \cdot \eta}$$

$$Re = \frac{4 \cdot \rho \cdot q_v}{\pi \cdot D \cdot \eta} = \frac{4 \cdot 860 \cdot 1,2 \cdot 10^{-3}}{\pi \cdot 5 \cdot 10^{-2} \cdot 87,8 \cdot 10^{-3}} = 299 \quad \text{, on vérifie que l'écoulement est laminaire.}$$

Exercice 4: Régime d'écoulement

Déterminer le régime d'écoulement dans les deux cas suivants:

- Tube de verre, diamètre 2 cm, vitesse 2 m.s^{-1} .
- Tuyauterie de fonte, diamètre 60 cm, vitesse 3 m.s^{-1}

Ces deux conduites véhiculent de l'eau dont la viscosité cinétique $\nu = 0,01 \text{ g/cm.s}$.

Une installation domestique d'eau potable présente un débit de 20 L/min . Calculer le diamètre minimal de la conduite d'eau pour que l'écoulement soit laminaire.

Correction 4 :

Le nombre de Reynolds est donné par $Re = \frac{\nu D}{\eta}$. La viscosité cinétique s'exprime en Pa.s (ou kg/m.s) dans le système international et en Poise (ou g/cm.s dans le système CGS).

Pour le tube de verre : $Re = \frac{2 \cdot 10^2 \cdot 2}{0,01} = 40000$, le régime est turbulent

Pour la tuyauterie de fonte : $Re = \frac{3 \cdot 10^2 \cdot 60}{0,01} = 1,8 \cdot 10^6$, le régime est turbulent

Le débit est donné par $q_v = \nu \cdot S$ avec $S = \frac{\pi \cdot D^2}{4}$ donc $\nu = \frac{4 q_v}{\pi \cdot D^2}$

Nombre de Reynolds : $Re = \frac{\rho \nu D}{\eta} = \frac{\rho D}{\eta} \cdot \frac{4 q_v}{\pi \cdot D^2} = \frac{4 \rho q_v}{\eta \pi \cdot D}$ soit $D = \frac{4 \rho q_v}{\eta \pi \cdot Re}$. Plus Re est faible, plus D est

grand, pour être en régime laminaire, il faut $Re < 2000$ soit $D_{\min} = \frac{4 \cdot 1000 \cdot \frac{20 \cdot 10^{-3}}{60}}{1,002 \cdot 10^{-3} \pi \cdot 2000} = 0,212 \text{ m}$